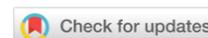


СТРОИТЕЛЬНЫЕ КОНСТРУКЦИИ, ЗДАНИЯ И СООРУЖЕНИЯ BUILDING CONSTRUCTIONS, BUILDINGS AND ENGINEERING STRUCTURES



УДК 624.044

Оригинальное эмпирическое исследование

<https://doi.org/10.23947/2949-1835-2024-3-4-7-16>

Исследование деформаций прямоугольных плит на упругом основании при частичном его ослаблении



А.Г. Колесников , А.А. Иванов 

Юго-Западный государственный университет, г. Курск, Российская Федерация

✉ ag-kolesnikov@mail.ru

EDN: KKAWAY

Аннотация

Введение. В современной практике проектирования и строительства плиты, лежащие на упругом основании, широко распространены и представлены в виде фундаментов зданий и сооружений, конструкций дорожных одежд и т.д. Введу различных воздействий, свойства основания со временем может меняться, что неизменно сказывается на напряженно-деформированном состоянии конструкции. Это обуславливает актуальность построения аналитической методики исследования изменения напряжений и прогибов в плитах при ослаблении основания, на которое они оперты.

Материалы и методы. В качестве объекта исследования были выбраны плиты на упругом основании. Для задания упругого основания использована модель Пастернака (модель с двумя коэффициентами постели). Приведен вывод уравнений, описывающих напряженно-деформированное состояние конструкции, с учетом геометрической нелинейности. Система дифференциальных уравнений решалась при помощи метода Бубнова-Галеркина с использованием аппроксимирующих балочных функций В.З. Власова. Представленная постановка задачи использована для определения напряжений и прогибов плиты. Коэффициент, характеризующий быстроту затухания осадок в глубине основания, задан функцией, позволяющей моделировать различные свойства основания под поверхностью плиты.

Результаты исследования. Результаты прогибов, полученные с помощью аналитических выражений, сравниваются со значениями, полученными в программном комплексе, основанном на методе конечных элементов. Показана возможность моделирования снижения прочностных характеристик или отсутствия основания под частью плиты. Исследованы величины прогибов в различных точках плиты при отсутствии фундамента под частью конструкции на краю или в центре. Приведены данные о максимальном значении основания под частью плиты перед отрывом ее противоположного края, полученные с использованием аналитических выражений.

Обсуждение и заключение. Предложенная постановка задачи может быть использована для анализа прогибов плиты и напряжений, возникающих в её срединной поверхности при изменении несущей способности части грунта основания. Представленное выражение, с помощью которого можно задавать изменение распределения несущих свойств основания, содержит несколько параметров, дающих широкие возможности для моделирования его работы. Даны графики изменения прогибов в различных точках плиты, показывающие возможности определения прогибов в плите на упругом основании при отсутствии его под частью плиты с краю (в центре) или при уменьшении его прочностных характеристик под частью плиты. Приведены значения долей площади отсутствия основания под плитой, при которых не будет происходить отрыв края плиты.

Ключевые слова: плита основания, напряженно-деформированное состояние, упругое основание, напряжение, прогиб конструкции

Для цитирования. Колесников А.Г., Иванов А.А. Исследование деформаций прямоугольных плит на упругом основании при частичном его ослаблении. *Современные тенденции в строительстве, градостроительстве и планировке территорий.* 2024;3(4):7–16. <https://doi.org/10.23947/2949-1835-2024-3-4-7-16>

Studying Deformations of Rectangular Slabs on the Elastic Base upon Its Partial Weakening

Alexander G. Kolesnikov , Andrey A. Ivanov 

Southwest State University, Kursk, Russian Federation

 ag-kolesnikov@mail.ru

Abstract

Introduction. In today designing and construction, slabs laying on an elastic base are widely used as foundations of buildings and structures, road pavements, etc. Due to various impacts, the properties of a base can change over time, which inevitably affects the stress-strain state of a structure. Therefore, development of the analytical method for studying slab stress and deflection changes upon weakening a base the slab lays on is relevant.

Materials and Methods. The slabs on the elastic base were the objects of the research. The elasticity of a base was specified using the Pasternak model with two-bed coefficients. The derivation of the structure stress-strain state equations was presented taking into account the geometric nonlinearity. The system of differential equations was solved by the Bubnov-Galerkin method using approximative V.Z. Vlasov's beam functions. Such statement of a problem served to determine the stresses and deflections of a slab. The ratio determining the rate of fading of settlement deep inside a base was specified by a function enabling modeling various properties of a base beneath a slab.

Results. The results of deflection calculations obtained using the analytical formulas have been compared with the values obtained by means of software based on the finite element method. The possibility to model the decrease of base strength characteristics or base absence beneath a part of a slab has been shown. The values of deflections at various points of a slab in case of absence of the foundation beneath a part of a structure at the edge or in the centre have been investigated. Data obtained using the analytical formulas on the utmost values of a base beneath a part of a slab before its opposite edge begins to raise have been presented.

Discussion and Conclusion. The proposed statement of a problem can be used to investigate slab deflections and stresses occurring in its middle when the bearing capacity of a part of the subfoundation soil changes. The presented formula makes it possible to specify changes in the distribution of the bearing capacities of a base, it has several parameters offering wide opportunities for modeling the behaviour of a base. Graphs of deflection changes at different points of a slab are given, showing the possibilities to determine deflections of a slab on the elastic base upon base absence beneath a part of a slab at the edge (in the centre) or upon decrease in the strength of a base beneath a part of a slab. The size of the areas of base absence beneath a slab which keep the edge of a slab from raising is provided.

Keywords: foundation slab, stress-strain state, elastic base, stress, deflection of a structure

For Citation. Kolesnikov AG, Ivanov AA. Studying Deformations of Rectangular Slabs on the Elastic Base upon Its Partial Weakening. *Modern Trends in Construction, Urban and Territorial Planning*. 2024;3(4):7–16. <https://doi.org/10.23947/2949-1835-2024-3-4-7-16>

Введение. Прямоугольные плиты на упругом основании нашли широкое применение при строительстве фундаментов зданий и сооружений, оснований дорожных одежд. В процессе эксплуатации может произойти частичное ухудшение несущей способности грунта основания под зданием или сооружением, что влечет за собой разрушение вышестоящих конструкций даже при использовании сплошного фундамента.

В настоящее время исследование плитных конструкций на упругом основании представлено большим количеством авторов, работающих в разных странах.

Применимы к рассматриваемой тематике работы, посвященные решению задач совместной работы конструкции, фундаментной плиты и основания [1–3]. В этих работах приводится анализ балок и плит на упругом основании, что соответствует задаче о плоском деформированном состоянии. Представлена нелинейная зависимость внутренних сил от высоты конструкции.

Известны работы по разработке математических моделей и методов оценки внутренних силовых факторов в многослойных плитах на упругом основании при различных статических нагрузках [4–6]. В этих работах выводится замкнутая система интегро-дифференциальных уравнений, описывающая процесс деформирования в многослойных плитах на упругом основании. Задача сводится к решению бесконечных систем алгебраических уравнений.

Авторами [7] разработана методика расчета фундаментных плит на упругом основании, моделируемом упругим однородным изотропным слоем, под действием внешней нагрузки. Показано, что разнообразие практических задач приводит к неоднозначному моделированию упругого основания.

В статье [8] приводятся численные расчеты с использованием различных моделей грунтового основания, реализованных в программе SCAD на примере каркасно-монолитного дома жилого комплекса. Численный расчет каркасно-монолитного здания выполняется как единая система «здание — фундамент — основание». По результатам аналитических и численных расчетов представлены рекомендации по применимости каждой из рассматриваемых моделей грунтовых оснований.

Представляют интерес в рамках проводимого исследования результаты экспериментального исследования прочности на сдвиг при продавливании и механизма разрушения сплошных и пустотелых двухосных плит под действием сосредоточенной нагрузки, приложенной в центре плиты (построенной на грунтовом основании, действующем в качестве опоры) [9, 10]. Были изучены прочность образцов на сдвиг, механизм разрушения и углы разрушения.

В статьях авторов [11, 12] предложена методика снижения расхода материалов на фундаментные плиты за счет их конструкции. В качестве примера рассмотрено напряженно-деформированное состояние моделей сплошных плит и слоистых плит, взаимодействующих с песчаным основанием. Напряженно-деформированное состояние моделей оценивается по результатам лабораторных экспериментов с измерением деформаций и по данным численных расчетов методом конечных элементов.

В статьях [13–15] проводится анализ чувствительности фундаментной плиты, опирающейся на слоистое упругое полупространство. Анализ проводился с использованием аппроксимационного метода поверхности отклика для максимально допустимого отклонения согласно второму предельному состоянию.

В актуальных работах [16–19] железобетонные плиты на упругом основании исследуются с помощью аналитического решения, основанного на двойном синусоидальном ряде Фурье. Решение сравнивается с результатами, полученными в программном комплексе, основанном на методе конечных элементов.

Выполнив анализ современных работ в области изучения напряженно-деформированного состояния плит на упругом основании и принимая во внимание распространенность таких конструкций, можно сделать вывод о том, исследование изменения напряжений и прогибов плит при ослаблении основания является актуальной тематикой. В качестве основных задач исследования можно выделить разработку аналитической методики определения напряжений и прогибов плит на упругом основании, сравнение результатов с данными, получаемыми с помощью программных комплексов, основанных на методе конечных элементов, рассмотрение конкретных задач с изменением прочностных характеристик основания под частью конструкции.

Материалы и методы. Для исследования напряженно-деформированного состояния зададимся системой уравнений, которая описывает прямоугольную плиту на упругом основании [20, 21]:

$$\begin{cases} \frac{1}{Eh} \nabla^2 \nabla^2 \varphi + \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - 2 \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 = 0; \\ D \nabla^2 \nabla^2 \varphi - \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + 2 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} = Z + 2t \nabla^2 w - kw, \end{cases} \quad (1)$$

где φ — функция напряжений; w — функция прогибов; $F = F(x, y)$ — функция срединной поверхности; Z — функция нагрузки; k — характеристика, определяющая работу упругого основания на сжатие; t — характеристика, определяющая работу упругого основания на сдвиг.

Параметры k и t могут быть найдены из соотношений:

$$k = \frac{E_0}{1 - \nu_0} \int_0^H \Psi'^2 dz, \quad (2)$$

$$t = \frac{E_0}{4(1 - \nu_0)} \int_0^H \Psi^2 dz, \quad (3)$$

$$E_0 = \frac{E_s}{1 - \nu_s}, \nu_0 = \frac{\nu_s}{1 - \nu_s}, \quad (4)$$

где E_s и ν_s — соответственно модуль упругости и коэффициент Пуассона основания; H — толщина основания; $\Psi(z)$ — функция поперечного распределения перемещений.

Функция поперечного распределения перемещений выбрана в следующем виде [21]:

$$\Psi(z) = \frac{\operatorname{sh} \gamma \frac{H-z}{a}}{\operatorname{sh} \gamma \frac{H}{a}}. \quad (5)$$

Напряженно-деформированное состояние рассматриваемой конструкции определяется прежде всего значениями напряжений и перемещений. Эквивалентные напряжения в плите на упругом основании отыскиваются по четвертой гипотезе напряжений. Коэффициент напряжений можно описать уравнением [20]:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{2}[(\bar{\sigma}_1 - \bar{\sigma}_1)^2 + (\bar{\sigma}_3 - \bar{\sigma}_1)^2 + (\bar{\sigma}_2 - \bar{\sigma}_1)^2]}. \quad (6)$$

$$\bar{\sigma}_1 = \left| \frac{6}{\tau} \overline{DB} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} Z_x Z_y + \nu \frac{\partial^2}{\partial y^2} Z_x Z_y \right) \right| + \left| \overline{A} \frac{\partial^2}{\partial y^2} Z_x Z_y \tau \right| + \left| \frac{g}{\tau^2} \overline{DB} \left(\frac{\partial^3}{\partial x^3} Z_x Z_y + \frac{\partial}{\partial x} Z_x \frac{\partial^2}{\partial y^2} Z_y \right) \right|, \quad (7)$$

$$\bar{\sigma}_2 = \left| \frac{6}{\tau} \overline{DB} \left(\nu \frac{\partial^2}{\partial x^2} Z_x Z_y + \frac{\partial^2}{\partial y^2} Z_x Z_y \right) \right| + \left| \overline{A} \frac{\partial^2}{\partial x^2} Z_x Z_y \tau \right| + \left| \frac{g}{\tau^2} \overline{DB} \left(\frac{\partial^3}{\partial y^3} Z_x Z_y + \frac{\partial}{\partial y} Z_y \frac{\partial^2}{\partial x^2} Z_x \right) \right|, \quad (8)$$

$$\bar{\sigma}_3 = \left| \frac{6}{\tau} (1 - \nu) \overline{DB} \frac{\partial}{\partial x} Z_x \frac{\partial}{\partial y} Z_y \right| + \left| \overline{A} \frac{\partial}{\partial x} Z_x \frac{\partial}{\partial y} Z_y \tau \right|. \quad (9)$$

$$\overline{D} = \frac{D}{Eh^3}, \quad D = \frac{Eh^3}{12(1 - \nu^2)}, \quad (10)$$

$$\overline{A} = \frac{A \cdot a^2}{Ef_0^5}, \quad \overline{B} = \frac{B \cdot a^2}{f_0^3}, \quad g = \frac{f_0}{a}; \quad \tau = \frac{h}{a}, \quad (11)$$

где h — толщина конструкции фундамента в виде полой оболочки; E — модуль упругости материала; ν — коэффициент Пуассона; A, B — неизвестные метода Бубнова-Галеркина.

Прогиб любой точки плиты на упругом основании можно получить с помощью выражения:

$$\Delta = B \cdot Z_x \cdot Z_y, \quad (12)$$

где Z_x, Z_y — балочные функции В.З. Власова [22]:

$$Z_x = \frac{qa^4}{24EJ} \left(-\frac{m_a + m_b}{2} + 5 + \frac{m_a - m_b}{6} \frac{x}{a} + \left(\frac{m_a - m_b}{2} - 6 \right) \frac{x^2}{a^2} - \frac{m_a - m_b}{6} \frac{x^3}{a^3} + \frac{x^4}{a^4} \right); \quad (13)$$

$$Z_y = \frac{qb^4}{24EJ} \left(-\frac{m_a + m_b}{2} + 5 + \frac{m_a - m_b}{6} \frac{y}{b} + \left(\frac{m_a - m_b}{2} - 6 \right) \frac{y^2}{b^2} - \frac{m_a - m_b}{6} \frac{y^3}{b^3} + \frac{y^4}{b^4} \right);$$

Величины m_a, m_b — постоянные коэффициенты, представляющие собой отношения опорных моментов шарнирно опертой балки, нагруженной интенсивностью q , к опорным моментам жестко защемленной с двух сторон балки такого же нагружения [23].

В выражении (12) для определения прогибов неизвестные метода Бубнова-Галеркина могут быть найдены из соотношений:

$$B = \frac{1}{6C_1} \left(36C_3C_2C_1 + 108qC_1^2 - 8C_2^3 + 12\sqrt{3}(4C_3^3C_1 - C_3^2C_2^2 + 18C_3C_2C_1q + \right. \\ \left. + 27q^2C_1^2 - 4qC_2^3)^{1/2}C_1 \right)^{1/3} - \frac{2}{3} (3C_3C_1 - C_2^2) / (C_1(36C_3C_2C_1 + 108qC_1^2 - \\ - 8C_2^3 + 12\sqrt{3}(4C_3^3C_1 - C_3^2C_2^2 + 18C_3C_2C_1q + 27q^2C_1^2 - 4qC_2^3)^{1/2}C_1) - \frac{1}{3} \frac{C_2}{C_3}). \quad (14)$$

$$A = -\frac{1}{J_1} (BJ_2 + B^2J_3). \quad (15)$$

Коэффициенты, входящие в уравнения для определения неизвестных метода Бубнова-Галеркина:

$$C_1 = 2Eh \frac{J_2}{J_1J_3}, \quad C_2 = \frac{J_4}{J_3}, \quad C_3 = D \frac{J_1}{J_3} - \frac{J_5}{J_3}. \quad (16)$$

$$J_1 = \int_{-a}^a \int_{-b}^b (\nabla^2 \nabla^2 \bar{w}) \bar{w} dx dy, \quad J_2 = \int_{-a}^a \int_{-b}^b (\Delta \bar{w}) \bar{w} dx dy, \quad (17)$$

$$J_3 = \int_{-a}^a \int_{-b}^b Z \bar{w} dx dy, \quad J_4 = \int_{-a}^a \int_{-b}^b (2t \nabla^2 \bar{w}) \bar{w} dx dy, \quad J_5 = \int_{-a}^a \int_{-b}^b (k \bar{w}) \bar{w} dx dy.$$

Коэффициент γ может быть представлен в виде функции, задающей различную скорость затухания осадок под поверхностью плиты. Например, может быть использована функция:

$$\gamma(x, y) = \gamma_{min} \left(1 + s \left(\frac{(x + m)}{a} \right)^{2\theta} \right) \times \left(1 + l \left(\frac{(y + n)}{b} \right)^{2\eta} \right), \quad (18)$$

где γ_{min} — минимальное значение коэффициента, характеризующего быстроту затухания осадок в глубине основания под плитой; s, m, l, n, η, θ — коэффициенты, характеризующие форму изменения коэффициента, характеризующего быстроту затухания осадок в глубине основания под поверхностью плиты [21, 23].

Представленные выражения для определения напряжений (6) и прогибов (12) позволяют отыскать их для различных условий закрепления плиты. Входящее в них выражение, задающее различную скорость затухания осадок под поверхностью плиты, позволяет моделировать широкий спектр свойств упругого основания.

Результаты исследования. Рассмотрим изменение прогибов прямоугольной плиты на упругом основании при уменьшении прочностных характеристик грунта под частью конструкции.

Для проверки корректности результатов, получаемых по выражению (12), зададимся некоторыми значениями: рассмотрим железобетонную плиту толщиной 40 см, размерами в плане 12×8 м, загруженную равномерно распределенной нагрузкой 55 кН/м². Так как плита была закружена равномерно и характеристики основания постоянны, получим лишь вертикальные перемещения.

Результаты определения прогибов плиты, полученных с помощью выражения (12) приведены в таблице 1. Здесь же представлены результаты прогибов, полученных в программном комплексе, основанном на методе конечных элементов.

Таблица 1

Сравнение результатов прогибов плиты

Результаты прогибов, мм	По выражению (12)	В программном комплексе SCAD Office
		0,56

Проведем исследования изменения напряженно-деформированного состояния плиты при изменении свойств упругого состояния.

Определим, как изменятся перемещения при отсутствии основания под частью плиты. Рассмотрим два варианта: ослабление основания под одним из краев плиты, ослабление основания под центральной частью плиты.

Будем последовательно убирать часть основания под краем плиты в следующей последовательности: 1/12, 1/6, 1/4, 1/3 от большего размера плиты в плане (рис. 1).

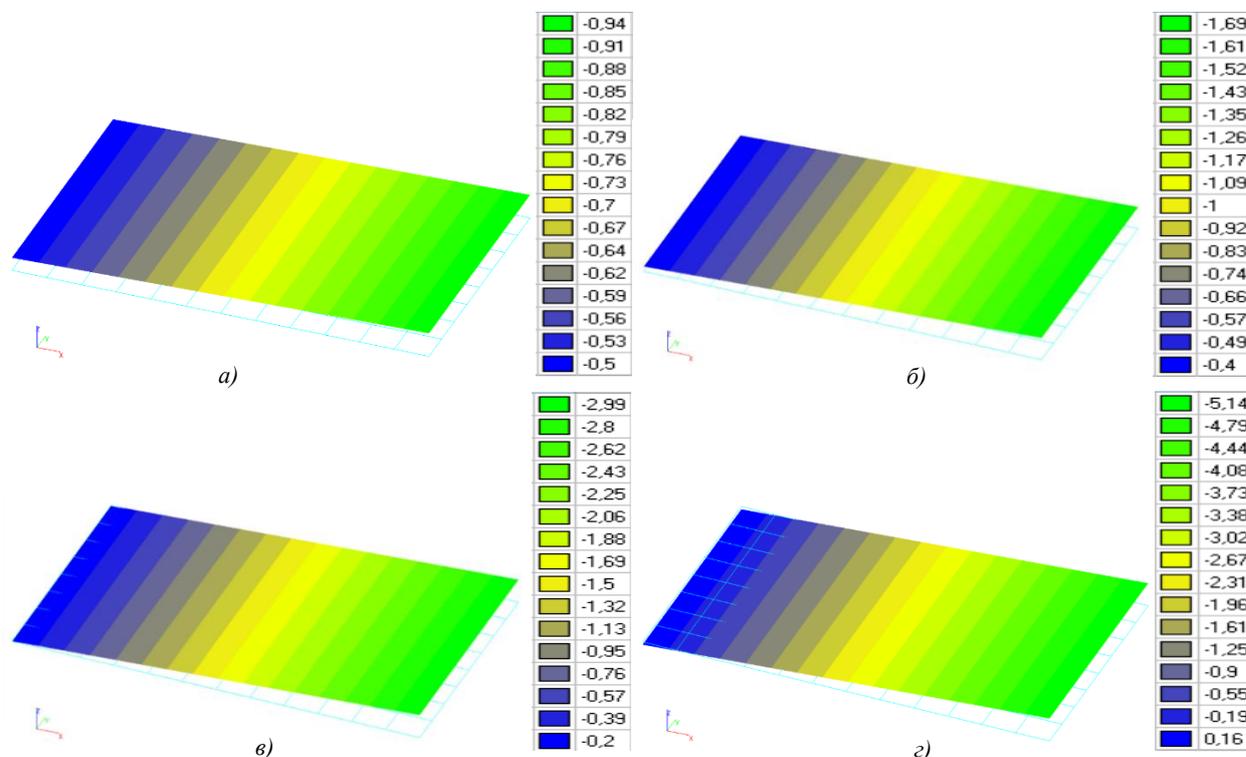


Рис. 1. Изменение перемещений вдоль оси z (мм) в зависимости от несущей способности грунта. Доля большего размера в плане плиты, под которой отсутствует основание с одного из краев: а — 1/12; б — 1/6; в — 1/4; z — 1/3

Из рис. 1 видно, что при превышении ослабления основания под одним из краев плиты более, чем на 1/4 от большего размера в плане, происходит отрыв противоположного края плиты.

Рассмотрим второй вариант — ослабление основания под центральной частью плиты. Будем убирать часть основания под плитой в следующей последовательности: 1/6, 1/3, 1/2 от большего размера плиты в плане (рис. 2).

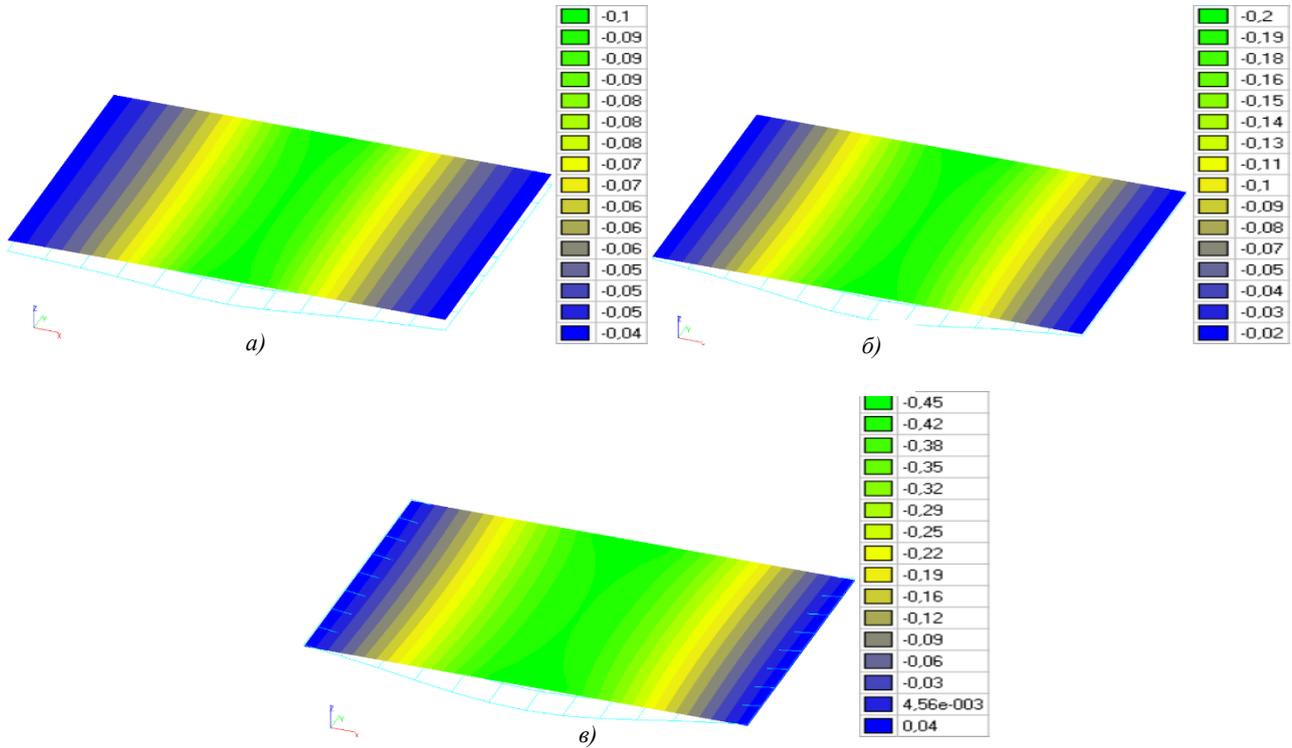


Рис. 2. Изменение перемещений вдоль оси z (мм) в зависимости от несущей способности грунта. Доля большего размера в плане плиты, под которой отсутствует основание в центре: а — 1/6; б — 1/3; в — 1/2

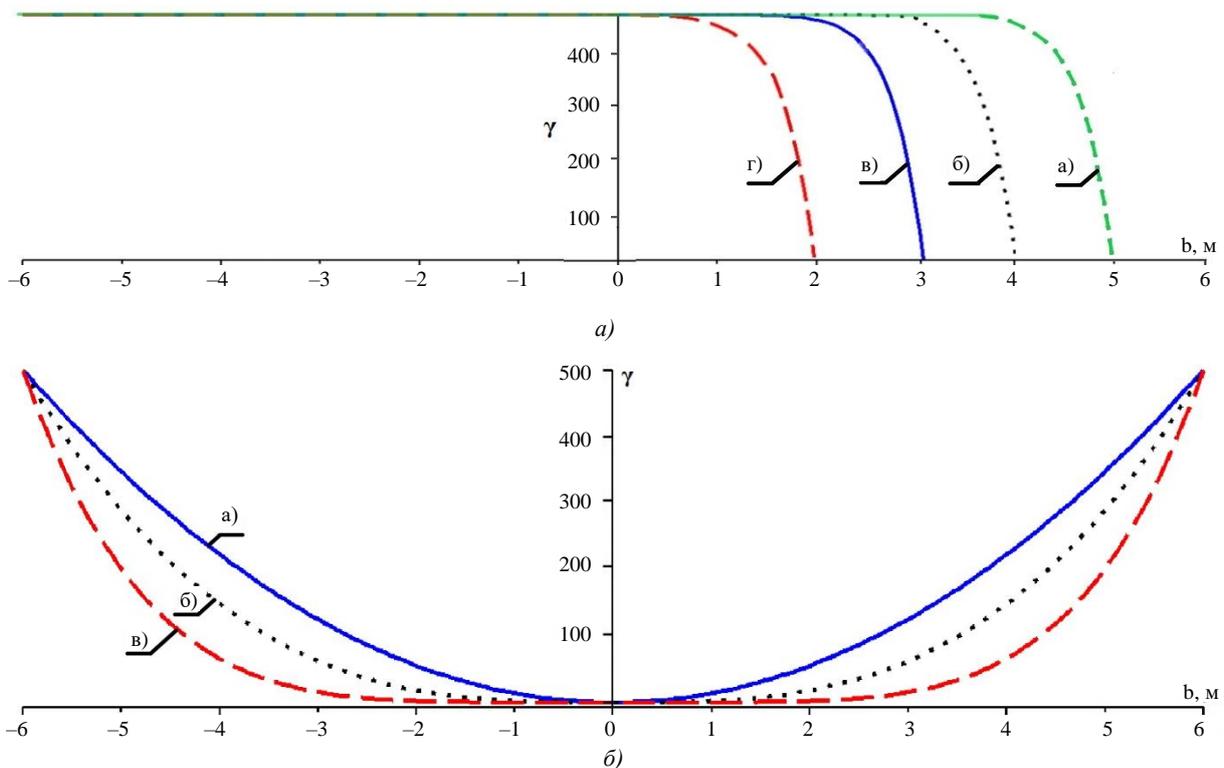


Рис. 3. Формы ослабления основания под плитой при различных значениях переменных, входящих в выражение (18): а — основание под плитой при его ослаблении на краю на а) 1/12, б) 1/6, в) 1/4 г) 1/3 от большего размера в плане; б — основание под плитой при его ослаблении его в центре на а) 1/6, б) 1/3, в) 1/2 от большего размера в плане

Из рис. 2 видно, что при превышении ослабления основания под центральной частью плиты более, чем на 1/2 от большего размера в плане, происходит отрыв краев плиты.

Найдем значение максимального размера участка отсутствия основания под плитой без отрыва её противоположного края для обоих вариантов задачи. Для этого проведем исследование изменения прогибов оболочки с помощью выражения (12). Здесь характеристики основания будут задаваться с помощью функции (18). Для того, чтобы получить ослабление основания на 1/12, 1/6, 1/4, 1/3 от большего размера в плане под краем плиты, зададим следующие значения переменных, входящих в выражение (12) (рис. 3 а): а) 1/12: $\eta = 10, l = -0,3, n = 1,3$; б) 1/6: $\eta = 10, l = -0,3, n = 2$; в) 1/4: $\eta = 10, l = -0,3, n = 3,1$; г) 1/3: $\eta = 10, l = -0,3, n = 4,3$. Для того, чтобы получить ослабление основания в центре на 1/6, 1/3, 1/2 от большего размера в плане под краем плиты, зададим следующие значения переменных, входящих в выражение (12) (рис. 3 б): а) 1/6: $\eta = 1, l = 0,004, n = 0$; б) 1/3: $\eta = 1,5, l = 0,004, n = 0$; в) $\eta = 2,5, l = 0,004, n = 0$.

Смоделируем прогиб вдоль большего размера в плане для плиты с заданными размерами с помощью выражения (12) для случая отсутствия основания под краем плиты (рис. 4 а) и под центральной частью плиты (рис. 4 б).

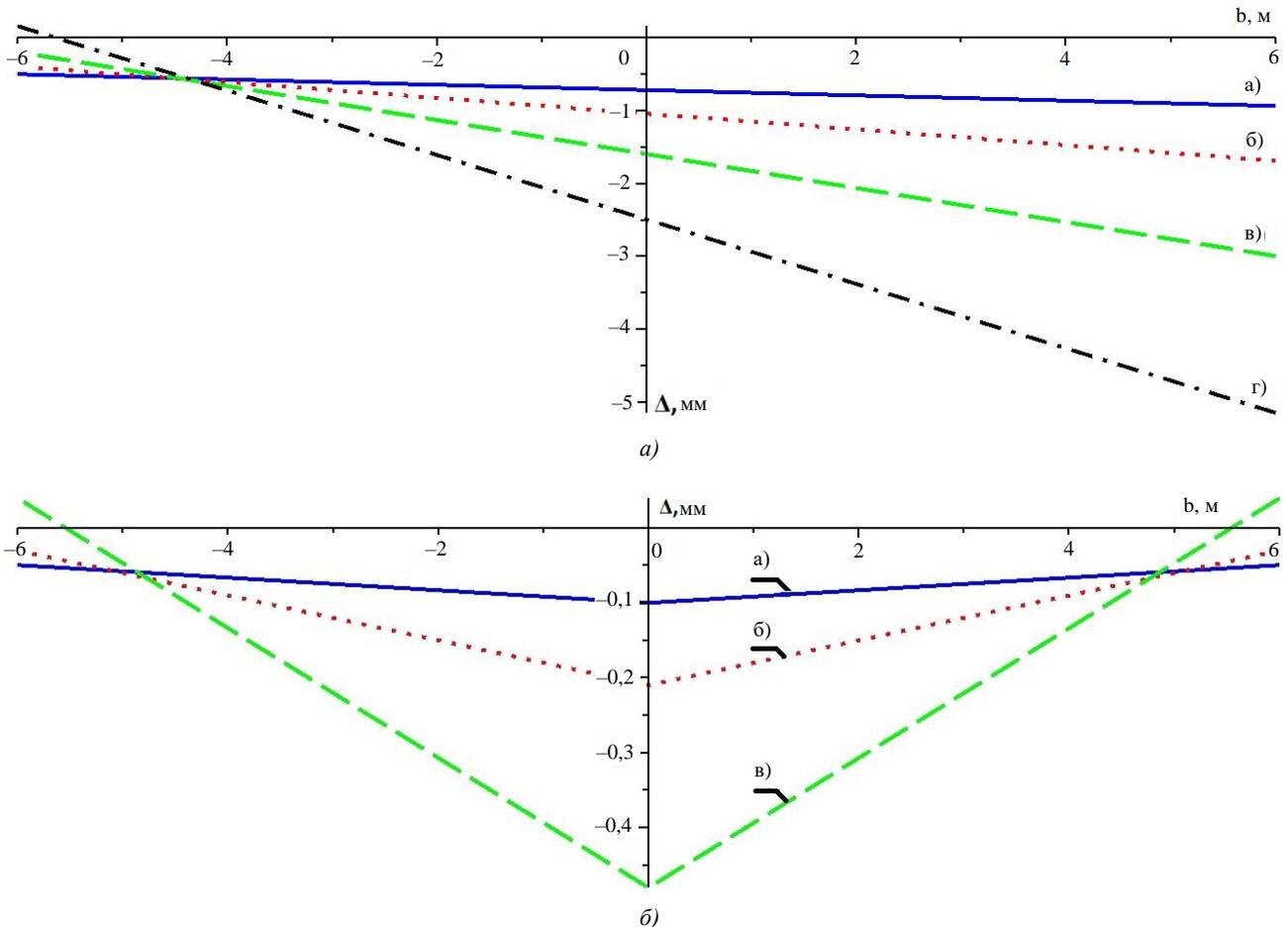


Рис. 4. Изменение перемещений вдоль большего размера в плане плиты в зависимости от несущей способности грунта: а — основание под плитой при его ослаблении на краю на а) 1/12, б) 1/6, в) 1/4 г) 1/3 от большего размера в плане; б — основание под плитой при его ослаблении в центре на а) 1/6, б) 1/3, в) 1/2 от большего размера в плане

Из рис. 4 видно, что результаты, полученные с помощью выражения (12), аналогичны полученным с помощью программного комплекса, основанного на методе конечных элементов (рис. 1). При отсутствии основания более чем под 1/4 от большего размера в плане с краю происходит отрыв противоположного края плиты. При отсутствии основания более чем под 1/2 от большего размера в плане в центре происходит отрыв краев плиты.

Построим зависимость прогиба края плиты, противоположного тому, под которым происходит ослабление основания, от параметра n , входящего в выражение (18) и влияющего на долю ослабления основания (рис. 5 а), и зависимость прогиба края плиты от параметра η , входящего в выражение (18) и влияющего на долю ослабления основания (рис. 5 б).

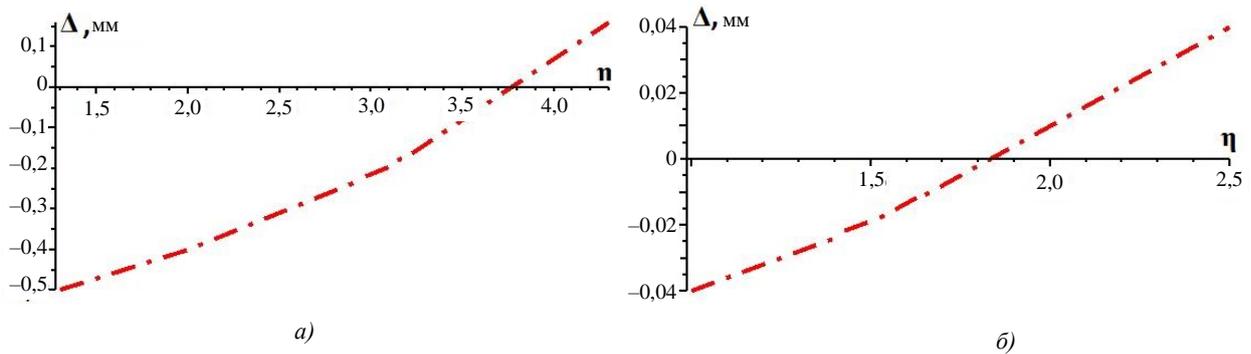


Рис. 5. Зависимость: а — прогиба края плиты, противоположного тому, под которым происходит ослабление основания, от степени его ослабления; б — прогиба края плиты от степени его ослабления в центре

Из рис. 5 видно, что отрыв края плиты, противоположного тому, под которым происходит ослабление основания, происходит при значении параметра $n = 3,6$. Это соответствует $0,4b$ (большого размера в плане). При ослаблении основания в центре отрыв края плиты происходит при значении параметра $\eta = 1,8$.

Выражение для задания свойств основания (18) позволяет моделировать гибкое изменение несущей способности грунта под плитой и получать точные значения прогибов (12) и напряжений (6).

Обсуждение и заключение. Предложенная постановка задачи определения напряжений и прогибов в плитах на упругом основании позволяет проводить исследования их величин при изменении характеристик основания. Использование в выражении для напряжений и прогибов функции, задающей различную скорость затухания осадок под поверхностью плиты позволило моделировать изменение характеристик основания и его отсутствие под частью конструкции. При этом, тестовые примеры показали хорошую сходимость с результатами, полученными с помощью программного комплекса, основанного на методе конечных элементов.

Проведенные исследования поведения конструкции при отсутствии основания под краем плиты или под её центральной частью показало их предельные значения для предотвращения отрыва края плиты, что весьма важно для инженерных расчетов.

Постановка задачи определения напряжений и прогибов и использование метода Бубнова-Галеркина для решения системы уравнений, описывающих напряженно-деформированное состояние конструкции, позволит в дальнейшем решать рассмотренные задачи для более сложных конструкций, имеющих кривизну.

Список литературы / References

1. Mirsaidov MM, Mamasoliev K. Contact Interaction of Multilayer Slabs with an Inhomogeneous Base. *Magazine of Civil Engineering*. 2022;115(7):11504. <https://doi.org/10.34910/MCE.115.4>
2. Barmenkova EV, Matveeva AV. Calculation of Plates of Variable Rigidity on Elastic Foundation with Variable Coefficient of Subgrade Reaction. *Procedia Engineering*. 2015;111:97–102. <https://doi.org/10.1016/j.pro-eng.2015.07.058>
3. Yelce TU, Balci E, Bezgin NÖ. A Discussion on the Beam on Elastic Foundation Theory. *Challenge*. 2023;9(1):34–47. <https://doi.org/10.20528/cjsmec.2023.01.004>
4. Wstawska I, Magnucki K, Kędzia P. Stability of Three-Layered Beam on Elastic Foundation. *Thin-Walled Structures*. 2022;175(6):109208. <https://doi.org/10.1016/j.tws.2022.109208>
5. Mirsaidov M, Mamasoliev Q. Contact Problems of Multilayer Slabs Interaction on an Elastic Foundation. In: *Proceedings of the 1st International Conference on Energetics, Civil and Agricultural Engineering, October 14–16, 2020, Tashkent, Uzbekistan. IOP Conference Series: Earth and Environmental Science. Vol. 614*. Tashkent: IOP Science; 2020; 012089. <https://doi.org/10.1088/1755-1315/614/1/012089>
6. Коробко А.В., Прокуров М.Ю. Аппроксимация прогибов пластинок, лежащих на винклеровом основании. *Строительство и реконструкция*. 2024;(1(111)):30–37. <https://doi.org/10.33979/2073-7416-2024-111-1-30-37>
7. Korobko AV, Prokurov MYu. Approximation of Deflections of Plates Lying on Winkler Base. *Stroitel'stvo i rekonstruktsiya (Building and Reconstruction)*. 2024;(1(111)):30–37. (In Russ.) <https://doi.org/10.33979/2073-7416-2024-111-1-30-37>
7. Bosakov SV, Kozunova O. Calculation of Foundation Mesh Slabs on an Elastic Layer. *Contemporary Issues of Concrete and Reinforced Concrete*. 2020;12:11–27. <https://doi.org/10.35579/2076-6033-2020-12-01>

8. Lukyanov AI, Tufanov VA. Selection of the Ground Base Model Implemented in the SCAD Office. *Bulletin of Belgorod State Technological University Named after V.G. Shukhov*. 2021;6(1):29–37. <https://doi.org/10.34031/2071-7318-2021-6-1-29-37>
9. Azizian H, Lotfollahi-Yaghin MA, Behraves A. Punching Shear Strength of Voided Slabs on the Elastic Bases. *Iranian Journal of Science and Technology, Transactions of Civil Engineering*. 2021;45:2437–2449. <https://doi.org/10.1007/s40996-020-00546-y>
10. Koktan J, Cajka R, Brozovsky J. Finite Element Analysis of Foundation Slabs Using Numerical Integration of Boussinesq Solution. In: *Proceedings of the International Conference of Numerical Analysis and Applied Mathematics (ICNAAM 2017). September 25–30, 2017. Thessaloniki, Greece. Vol. 1978(1)*. Thessaloniki: AIP Publishing; 2018. 150013. <https://doi.org/10.1063/1.5043804>
11. Ikonin SV, Sukhoterin AV. The Effect of Design on Interaction of Foundation Slabs with the Base. *Magazine of Civil Engineering*. 2019;(89(5)):141–155. <https://doi.org/10.18720/MCE.89.12>
12. Serpik IN, Tarasova NV. Optimisation of Steel Trusses with a Choice of Multi-Stage Prestressing Conditions. *Magazine of Civil Engineering*. 2020;(97(5)):9705. <https://doi.org/10.18720/MCE.97.5>
13. Dutta AK, Mandal JJ, Bandyopadhyay D. Application of Quintic Displacement Function in Static Analysis of Deep Beams on Elastic Foundation. *Architecture, Structures and Construction*. 2022;2:257–267. <https://doi.org/10.1007/s44150-022-00055-8>
14. Черников А.В., Козлов В.А. Определение напряженно-деформированного состояния гофрированных водопропускных труб с эксплуатационными дефектами на основе полубезмоментной теории оболочек. *Строительная механика и конструкции*. 2021;2(29):12–28. URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=46130661> (дата обращения: 05.08.2024).
- Chernikov AV, Kozlov VA. Determination of the Mode of Deformation of Corrugated Water Pipes with Operating Defects Based on Semi-Terminal Shell Theory. *Structural Mechanics and Structures*. 2021;(2(29)):12–28. (In Russ.) URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=46130661> (accessed: 05.08.2024).
15. Трещев А.А. О механических испытаниях тонкостенных цилиндрических оболочек из композитных материалов. *Известия Тульского государственного университета. Технические науки*. 2023;7:90–97. <https://doi.org/10.24412/2071-6168-2023-7-90-91>
- Treshchev AA. About Mechanical Tests of Thin-Walled Cylindrical Shells Made of Composite Materials. *Izvestiya Tula State University*. 2023;7:90–97. (In Russ.) <https://doi.org/10.24412/2071-6168-2023-7-90-91>
16. Ye Y, Wei S, Cai D, Yang J, Wei P, Yue C, et al. Calculation Method for Internal Force and Deformation of the Prestressed I-Beam on the Elastic Foundation. *Frontiers in Earth Science*. 2022;10 <https://doi.org/10.3389/feart.2022.996876>
17. Madenci E, Guven I. *The Finite Element Method and Applications in Engineering Using ANSYS*. Springer; 2015. <https://doi.org/10.1007/978-1-4899-7550-8>
18. Попов А.О., Сабитов Л.С., Языев Б.М., Айменов Ж.Т. Моделирование дополнительной осадки зданий и сооружений при утрате оголовков свай. *Вестник Казанского государственного энергетического университета*. 2023;15(4(60)):21–33.
- Popov AO, Sabitov LS, Yaziev BM, Aimenov ZhT. Modeling of Additional Precipitation of Buildings and Structures in Case of Loss of Pile Heads. *Vestnik Kazanskogo gosudarstvennogo ehnergeticheskogo universiteta (Bulletin of Kazan State Power Engineering University)*. 2023;15(4(60)):21–33.
19. Панасюк Л.Н., Тюрина В.С., Савельева Н.А., Чубка Ю.Ш. Динамическая реакция в системе «дорожная конструкция — оползневой склон» от движения транспорта. *Инженерный вестник Дона*. 2018;(4(51)):245. URL: <http://www.ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4y2018/5376> (дата обращения: 05.08.2024).
- Panasyuk LN, Tyurina VS, Savelyeva NA, Chubka YuS. Dynamic Response in the System “Road Structure – Landslide Slope” from Traffic. *Engineering Journal of Don*. 2018;(4(51)):245. URL: <http://www.ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4y2018/5376> (accessed: 05.08.2024).
20. Kolesnikov A, Stupishin L. Investigation of the Operation of Foundations in the Form of Shallow Shells on an Elastic Foundation. In: *Proceedings of the XV International Scientific Conference “INTERAGROMASH 2022”. INTERAGROMASH 2022. Lecture Notes in Networks and Systems. Vol 574*. Beskopylny A, Shamtsyan M, Artiukh V (Eds). Cham: Springer; 2023. P. 2291–2300. https://doi.org/10.1007/978-3-031-21432-5_250
21. Kolesnikov AG., Tolmacheva T. Ways to Minimize Volume (Weight) and Increase the Bearing Capacity of Rigid Pavement. *Civil Engineering Journal*. 2019;5(11):2495–2501. <http://doi.org/10.28991/cej-2019-03091427>
22. Власов В.З. *Избранные труды. Часть 2*. М.: Академия Наук СССР; 1963. 508 с.
- Vlasov VZ. *Selected Works. Part 2*. Moscow: Academy of Sciences of the USSR; 1963. 508 p. (In Russ.)

23. Колесников А.Г., Иванов А.А. Напряженно-деформированное состояние пологой оболочки на упругом основании с переменными прочностными характеристиками. *Известия Юго-Западного государственного университета*. 2023;27(3):21–33. <http://doi.org/10.21869/2223-1560-2023-27-3-21-33>

Kolesnikov AG, Ivanov AA. Stress-Strain State of Shallow Shell in an Elastic Foundation with Variable Strength Characteristics. *Proceedings of Southwest State University*. 2023;27(3):21–33. (In Russ.) <http://doi.org/10.21869/2223-1560-2023-27-3-21-33>

Об авторах:

Александр Георгиевич Колесников, кандидат технических наук, доцент, заведующий кафедрой уникальных зданий и сооружений Юго-Западного государственного университета (305040, Российская Федерация, г. Курск, ул. 50 лет Октября, 94), [ResearcherID](#), [ScopusID](#), [ORCID](#), ag-kolesnikov@mail.ru

Андрей Александрович Иванов, аспирант кафедры уникальных зданий и сооружений Юго-Западного государственного университета (305040, Российская Федерация, г. Курск, ул. 50 лет Октября, 94), [ORCID](#), andrey5912@gmail.com

Заявленный вклад авторов:

А.А. Иванов: формирование основной концепции, цели и задачи исследования, проведение расчетов, подготовка текста, формирование выводов.

А.Г. Колесников: научное руководство, анализ результатов исследований, доработка текста, корректировка выводов.

Конфликт интересов: авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Все авторы прочитали и одобрили окончательный вариант рукописи.

About the Authors:

Alexander G. Kolesnikov, Cand.Sci. (Engineering), Associate Professor, Head of the Unique Buildings and Structures Department, Southwest State University (94, 50 Let Oktyabrya Str., Kursk, 305040, Russian Federation), [ResearcherID](#), [ScopusID](#), [ORCID](#), ag-kolesnikov@mail.ru

Andrey A. Ivanov, Postgraduate Student of the Unique Buildings and Structures Department, Southwest State University (94, 50 Let Oktyabrya Str., Kursk, 305040, Russian Federation), [ORCID](#), andrey5912@gmail.com

Claimed Contributorship:

AG Kolesnikov: scientific supervision, analysis of research results, refining the text, correcting the conclusions.

AA Ivanov: formulating the main concept, aim and objectives of the research, making calculations, preparing the text, formulating the conclusions.

Conflict of Interest Statement: the authors declare no conflict of interest.

All authors have read and approved the final manuscript.

Поступила в редакцию / Received 20.09.2024

Поступила после рецензирования / Revised 15.10.2024

Принята к публикации / Accepted 29.10.2024