

СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА

CONSTRUCTION MECHANICS



УДК 624.048

Оригинальное эмпирическое исследование


<https://doi.org/10.23947/2949-1835-2026-5-1-89-95>

Численный анализ напряженно-деформированного состояния секции железобетонного моста



Н.А. Савельева  

Донской государственный технический университет, г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация

 ninasav86@mail.ru

EDN: NLECIF

Аннотация

Введение. В Российской Федерации принята долгосрочная программа по масштабному строительству автомобильных дорог, что потребует возведения большого количества мостов малых, средних и больших пролетов. Международный опыт говорит, что автодорожные мосты целесообразно строить из преднапряженного железобетона. Причем наиболее эффективными являются пролетные мостовые секции коробчатого поперечного сечения, отличающиеся от балочных конструкций лучшей аэродинамикой, меньшими трудозатратами при возведении и более привлекательной внешней эстетикой. В литературе, посвященной численному анализу напряженно-деформированного состояния монолитных железобетонных конструкций, приведено крайне мало сведений о расчете пролетных мостовых строений с учетом ползучести бетона. Целью исследования являлась разработка методики конечно-элементного моделирования длительного деформирования пролетной секции коробчатого сечения, с помощью авторизованного программного комплекса. Данные вычислительных экспериментов верифицированы с использованием программного комплекса ANSYS Mechanical.

Материалы и методы. В качестве математического аппарата для моделирования процесса длительного деформирования исследуемой железобетонной конструкции применен метод конечных элементов в форме метода перемещений в сочетании с теорией линейной вязкоупругости. Для формализации процесса ползучести бетона использована модель упруго-ползучего тела С.В. Александровского. Вычислительный процесс численного интегрирования результирующего операторно-матричного уравнения базируется на принципе наложения воздействий и использовании формулы трапеций. Вычислительные эксперименты выполнены на платформе Microsoft Visual Studio и компиляторе Intel Parallel Studio XE с встроенным текстовым редактором Intel Visual Fortran Composer XE. Для визуализации результатов моделирования в виде картин распределения полей перемещений и напряжений применена дескрипторная графика системы Matlab.

Результаты исследования. Разработана и верифицирована программа для конечно-элементного расчета железобетонных балочных конструкций в трехмерной постановке с использованием дискретной схемы армирования, согласно которой армирующий каркас моделируется двухузловыми балочными, а массив бетона — объемными полилинейными конечными элементами. Установлено, что для рассматриваемой типовой мостовой секции коробчатого сечения принятая схема предварительного напряжения малоэффективна, так как не обеспечивает требуемого выгиба.

Обсуждение и заключение. Выполнено сравнение результатов расчетов коробчатой секции в линейно упругой постановке, полученных с помощью разработанного пакета программ и программного комплекса ANSYS Mechanical. Установлено удовлетворительное совпадение значений перемещений и напряжений в исследуемых точках. Исследовано напряженно-деформированное состояние коробчатой секции на этапе создания предварительного напряжения и последующего нагружения. Сделан вывод о целесообразности научного сопровождения на этапе проектирования подобных мостовых секций с целью повышения их несущей способности.

Ключевые слова: метод конечных элементов, ползучесть бетона, предварительное напряжение, железобетонная мостовая секция коробчатого сечения

Для цитирования. Савельева Н.А. Численный анализ напряженно-деформированного состояния секции железобетонного моста. *Современные тенденции в строительстве, градостроительстве и планировке территорий*. 2026;5(1):89–95. <https://doi.org/10.23947/2949-1835-2026-5-1-89-95>

Original Empirical Research

Numerical Analysis of Stress-Strain Conditions of a Reinforced Concrete Bridge Section

Nina A. Savelyeva  

Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russian Federation

 ninasav86@mail.ru

Abstract

Introduction. The Russian Federation has adopted a long-term program for the large-scale construction of highways, which will require the construction of a large number of bridges of small, medium and large spans. International experience shows that it is advisable to build road bridges from prestressed reinforced concrete. Moreover, the most effective ones are the span bridge sections of a box-shaped cross-section that are different from girder structures by better aerodynamics, lower labor costs during construction and more attractive external aesthetics. In the literature on numerical analysis of the stress-strain of monolithic reinforced concrete structures, very little information is provided on calculating span bridge structures taking into account concrete creep. The aim of the study was to develop a technique for finite element modeling of long-term deformation of a box section span using an authorized software package. The data from the computational experiments were verified using the ANSYS Mechanical software package.

Materials and Methods. The finite element method in the form of a displacement method in combination with the theory of linear viscoelasticity is employed as a mathematical tool for modeling prolonged deformation of the investigated reinforced concrete structure. In order to formalize concrete creep, S.V. Aleksandrovsky's elastic creeping body model was used. The computational process of numerical integration of the resulting operator-matrix equation is based on the principle of superimposition of effects and the use of the trapezoid formula. The computational experiments were performed on the Microsoft Visual Studio platform and the Intel Parallel Studio XE compiler with the built-in Intel Visual Fortran Composer XE text editor. In order to visualize the simulation results in the form of pictures of the distribution of displacement and stress fields, the descriptive graphics of the Matlab system are employed.

Research Results. A program has been developed and verified for the finite element calculation of reinforced concrete beam structures in a three-dimensional formulation using a discrete reinforcement scheme, according to which the reinforcing frame is modeled by means of two-node beams, and the concrete array is modeled by means of volumetric multilinear finite elements. It is found that for the considered typical box-shaped bridge sections, the adopted pre-voltage scheme is ineffective as it fails to provide the required bending.

Discussion and Conclusion. The results of the calculations of the box section in a linearly elastic formulation obtained using the developed software package and the ANSYS Mechanical software package are compared. A satisfactory coincidence of displacement and stress values at the investigated points has been identified. The stress-strain state of the box section at the stage of prestressing and subsequent loading is investigated. The conclusion is made on the expediency of scientific support at the design stage of such bridge sections in order to increase their load-bearing capacity.

Keywords: finite element method, concrete creep, prestressing, reinforced concrete bridge section of a box section

For citation. Savelyeva NA Numerical Analysis of Stress-Strain Conditions of a Reinforced Concrete Bridge Section. *Modern Trends in Construction, Urban and Territorial Planning*. 2026;5(1):89–95. <https://doi.org/10.23947/2949-1835-2026-5-1-89-95>

Введение. В настоящее время наиболее обширной областью применения предварительно напряженного железобетона является мостостроение. Вместе с тем в практике отечественного проектирования пролетных секций путепроводов и виадуков предпочтение отдается применению стальных конструкций. Во многом это объясняется проблемами, связанными с «жесткими» сроками строительства автомобильных развязок, удобством транспортировки металлических конструкций и высокими затратами, связанными с изготовлением большепролетных монолитных предварительно напряженных железобетонных секций и их последующим монтажом. Тем не менее опыт западных стран и стран Южной Азии свидетельствует о целесообразности использования в качестве строительного материала пролетных секций автомобильных мостов преднапряженного железобетона. Причем для решения вышеуказанных проблем принято железобетонные секции изготавливать непосредственно на объекте с последующей движкой на мостовые опоры.

Общеизвестно, что бетон подвержен деформации ползучести, которая существенно зависит от его «возраста», размеров конструкции, характера и последовательности приложения (снятия) внешней нагрузки, температурно-

влажностного состояния среды. Экспериментально установлено, что ползучесть существенно влияет на перераспределение внутренних усилий в бетонных и железобетонных конструкциях [1, 2]. Причем перемещения, обусловленные деформацией ползучести, зачастую превышают перемещения, вызванные приложением нагрузки в начальный момент времени, как это имело место с железобетонным мостом на островном государстве Палау в 1996 году [3]. Не смотря на большое количество работ, посвященных численным расчетам железобетонных конструкций с учетом ползучести бетона, в литературе отсутствуют сведения о конечно-элементном моделировании длительного деформирования мостовых секций в рамках теории линейной вязкоупругости в сочетании с принципом наложения воздействий. В частности, в работе [4] выполнен анализ длительного деформирования железобетонной балки вантового моста коробчатого сечения с использованием программного комплекса MIDAS/Civil, в котором используется методика, базирующаяся на понижении текущего модуля упругости бетона с помощью коэффициента ползучести.

Таким образом проблема численного анализа длительного деформирования железобетонных мостовых секций в настоящее время является мало изученной. На основании этого цель исследования может быть сформулирована следующим образом: разработка методики конечно-элементного моделирования железобетонных мостовых секций коробчатого сечения с учетом линейной ползучести бетона.

Материалы и методы. Разработанная механико-математическая модель ползучести бетона базируется на современной теории упруго-ползучего тела [5, 6]. Для конечно-элементного анализа монолитных железобетонных конструкций с учетом ползучести бетона связь между напряжениями и деформациями представим в операторно-матричной форме [6]:

$$\{\sigma(t)\} = [E(t)](1 - R)\{\varepsilon(t)\}, \quad (1)$$

где $\{\sigma(t)\}$, $\{\varepsilon(t)\}$ — векторы-столбцы напряжений и деформаций, соответствующие моменту времени t ; $[E(t)]$ — матрица упругости (в общем случае размерностью 6×6); $R\varepsilon_{ij} = \int_{t_1}^t R(t, \tau)\varepsilon_{ij}(\tau)d\tau$, $i, j = 1, 3$ — линейный интегральный оператор, устанавливающий соответствие между текущими деформациями ε_{ij} и «историей» длительного деформирования $\varepsilon_{ij}(\tau)$.

В подынтегральном выражении введена так называемая наследственная функция $R(t, \tau)$ [2].

В предлагаемой схеме численного интегрирования результирующего интегрально-операторного уравнения (1) применен принцип наложения воздействий (суперпозиции), и предусмотрено хранение в памяти компьютера всей истории нагружения в виде массивов узловых перемещений. На базе разработанного математического обеспечения на языке программирования Intel Fortran была написана и отлажена учебно-исследовательская программа Polygon [5, 6].

Результаты исследования. В [6] отмечается, что при больших пролетах железобетонных мостов, как правило, применяются монолитные секции коробчатого поперечного сечения. Для пролетных строений с проезжей частью шириной до 20 м применяется одно коробчатое поперечное сечение с развитыми консолями.

Выполним расчет напряженно-деформированного состояния предварительно напряженной секции пролета железобетонного моста коробчатого типа. В качестве прототипа возьмем данные примера из [7, 8]. Форма и размеры сечения секции представлены на рис. 1. Величина пролета мостовой балки 20 м. Полагаем, что секция нагружена собственным весом, усилием от предварительного натяжения тросов и равномерно распределенным давлением на проезжей части.

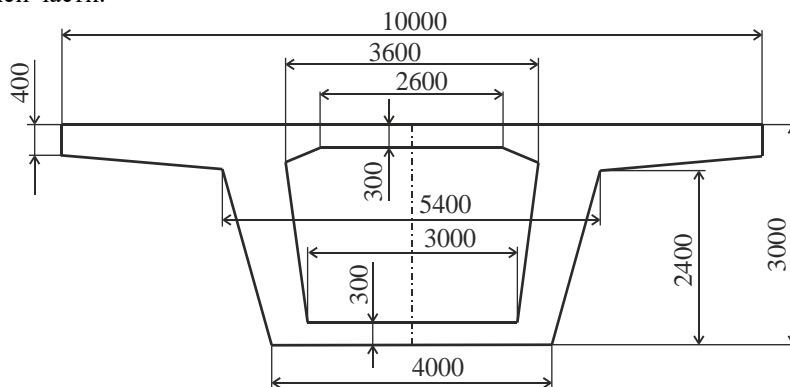


Рис. 1. Поперечное сечения коробчатого пролетного строения [7, 8]

Учитывая симметрию геометрии и нагружения, рассмотрим $\frac{1}{2}$ часть секции. Соответствующая конечно-элементная модель приведена на рис. 2. Для дискретизации исследуемой области секции использованы объемные восьмиузловые конечные элементы (КЭ).

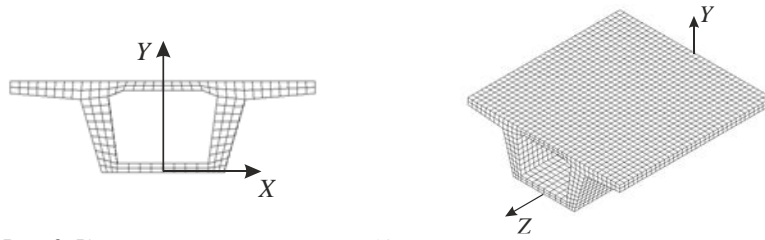


Рис. 2. Конечно-элементная модель 1/2 части секции пролетного строения

По краям секции расположены опорные площадки, расстояние между которыми составляет 3,6 м по ширине. Схема траекторий «активного» армирования вдоль оси Z показана на рис. 3 (размеры в метрах). Рассматривается способ напряжения на бетон с помощью тросовой арматуры без сцепления с бетоном. Усилие предварительного натяжения тросов составляет 245,6 кН.

Сначала выполним линейно упругий анализ напряженно-деформированного состояния пролетной секции. На рис. 4 и 5 приведены картины распределения вертикальных перемещений u_y и продольных напряжений σ_z в 1/2 части секции от действия собственного веса.

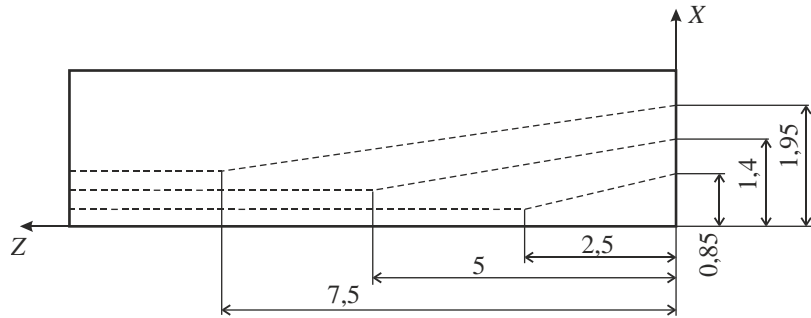


Рис. 3. Схема «активного» армирования (трапецидальная)

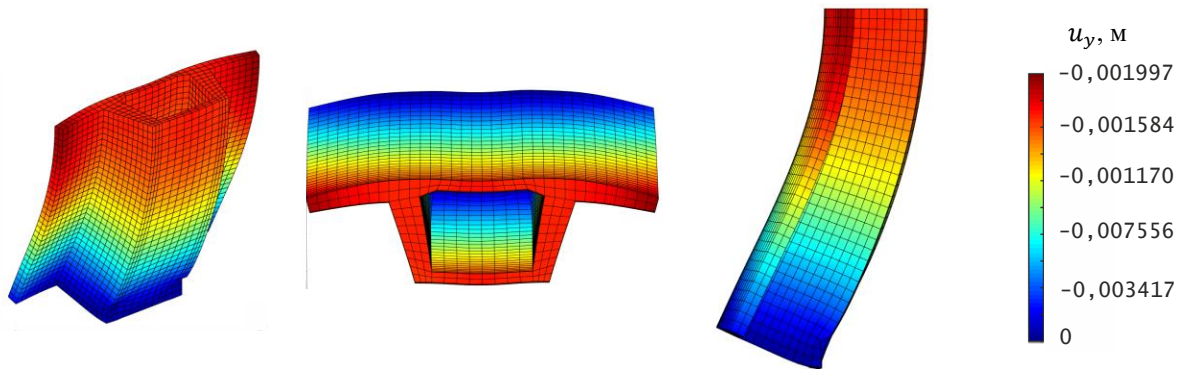


Рис. 4. Картина распределения перемещений u_y в 1/2 части секции от действия собственного веса (Polygon)

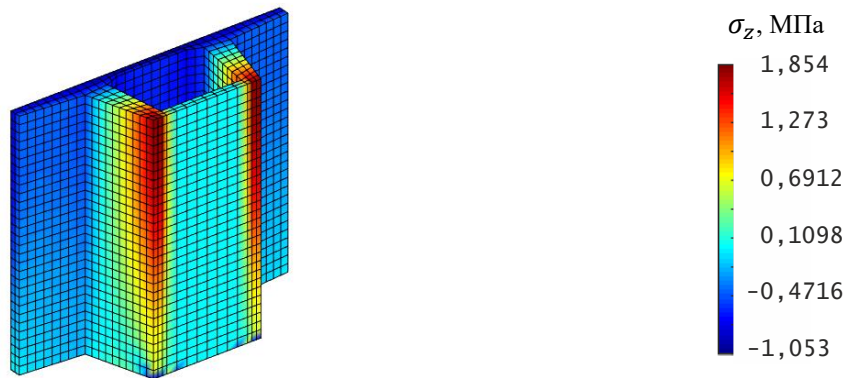


Рис. 5. Картина распределения перемещений σ_z в 1/2 части секции от действия собственного веса (Polygon)

Значения максимального прогиба и максимального растягивающего напряжения в данном случае составили:

$$|u_{y\max}| = 0,001997 \text{ м}; \sigma_{z\max}^+ = 1,854 \text{ МПа.}$$

Для верификации используемой конечно-элементной модели аналогичный расчет секции с учетом гравитационного воздействия был выполнен с помощью комплекса ANSYS. Визуализация полей u_y и σ_z , полученных на базе восьмиузловых КЭ типа SOLID185, приведена на рис. 6 и 7.

Сравнивая результаты, представленные на рис. 4 и 6, устанавливаем достаточно хорошее количественное совпадение максимальных прогибов по краям $\frac{1}{2}$ части пролетной секции в сечении $Z = 5$ м. Картины распределения σ_z качественно различаются, хотя значения σ_{zmax}^+ в обоих расчетах достаточно близки:

$$\sigma_{zmax}^+ = 1,82 \text{ МПа (ANSYS); } \sigma_{zmax}^+ = 1,854 \text{ МПа (Polygon).}$$

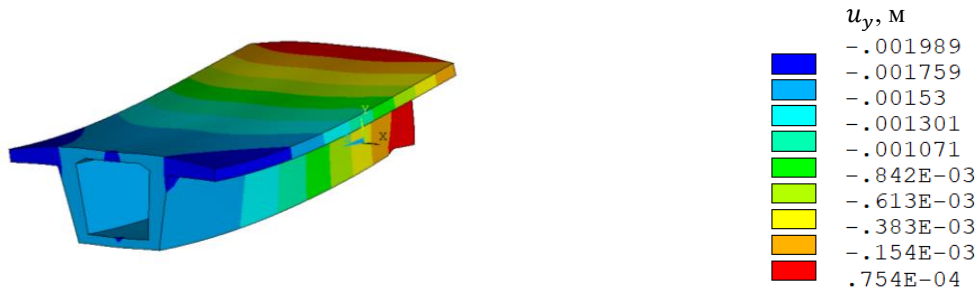


Рис. 6. Картина распределения перемещений u_y в $\frac{1}{2}$ части секции от действия собственного веса (ANSYS)

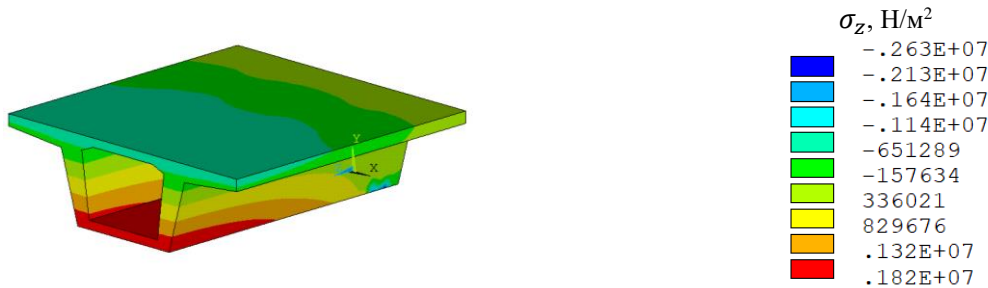


Рис. 7. Картина распределения перемещений σ_z в $\frac{1}{2}$ части секции от действия собственного веса (ANSYS)

Для демонстрации возможностей комплекса Polygon на рис. 8 показана модель с введенным фоновым армированием проезжей части рассматриваемой двадцатиметровой секции. Площадь поперечного сечения арматурных стержней $0,001 \text{ м}^2$, модуль упругости $1,96 \cdot 10^5 \text{ МПа}$. Места расположения арматурных стержней, моделируемых пространственными двухузловыми балочными КЭ, в сечении секции отмечены на рис. 8 точками.

Результаты, полученные с помощью комплекса Polygon, сравнивались с данными комплекса ANSYS. В обоих случаях нагрузкой являлся только собственный вес секции. Величины максимальных прогибов составили:

$$|u_{ymax}| = 0,001977 \text{ м (ANSYS); } |u_{ymax}| = 0,002009 \text{ м (Polygon).}$$

Результат расчета прогиба секции без армирования $|u_{ymax}| = 0,001997 \text{ м}$. Таким образом, можно сделать вывод о том, что включение в расчетную модель 14-ти стержневых КЭ диаметром 35,6 мм практически не влияет на изгибную жесткость данной пролетной секции.

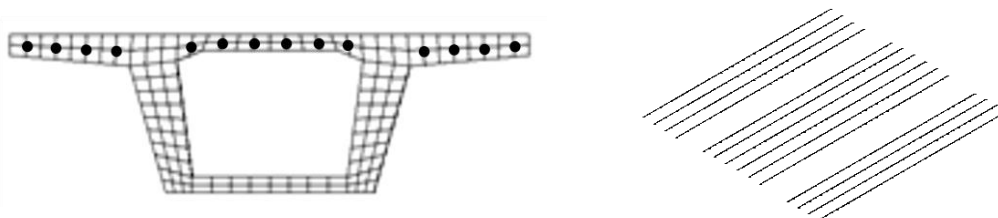


Рис. 8. Конечно-элементная модель с фоновым армированием проезжей части

Следует отметить, что «прямой» решатель комплекса ANSYS требует введения дополнительных связей на узлы стержневых КЭ, запрещающих повороты относительно осей Y и Z . Решатель комплекса Polygon свободен от такого ограничения. Визуализации полей σ_z , полученных с помощью комплексов Polygon и ANSYS, приведены на рис. 9 и 10.

При сравнении данных на этих рисунках устанавливаем, что максимальные растягивающие напряжения, вычисленные с помощью разных комплексов, практически совпадают: 1,873 МПа (Polygon); 1,81 МПа (ANSYS).

Также обращает на себя внимание тот факт, что на рис. 9 отчетливо видны зоны концентрации напряжений σ_z в местах расположения арматурных стержней (отмечены стрелками). Постпроцессор комплекса ANSYS такой информации не предоставляет.

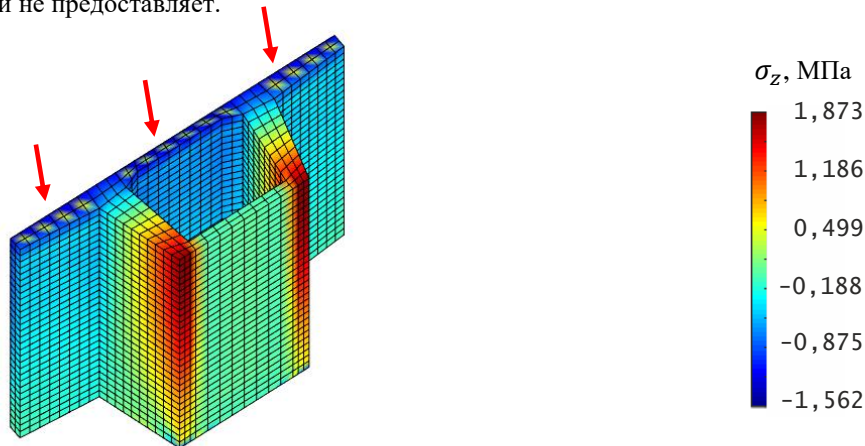


Рис. 9. Картина распределения перемещений σ_z в $\frac{1}{2}$ части секции с арматурой от действия собственного веса (Polygon)

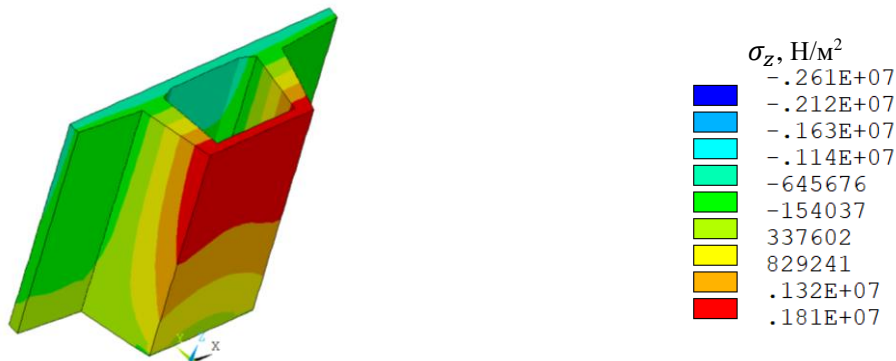


Рис. 10. Картина распределения перемещений σ_z в $\frac{1}{2}$ части секции с арматурой от действия собственного веса (ANSYS)

В заключении рассматриваемой задачи выполним расчет пролетной секции при длительном деформировании. В качестве сценария нагружения используем следующую хронологию событий:

а) в момент времени $t = 28$ сут. нагружение собственным весом и предварительное натяжение тросов усилием 245,6 кН;

б) в момент времени $t = 72$ сут. к проезжей поверхности прикладывается равномерно распределенная нагрузка $q = 20000 \text{ Н/м}^2$ (2 т/м^2).

Параметры модели упруго-ползучего тела взяты из монографии [2].

Графики перемещений $u_y(t)$ в точках 1 и 2 сечения $Z = 10$ м пролетной секции показаны на рис. 11.

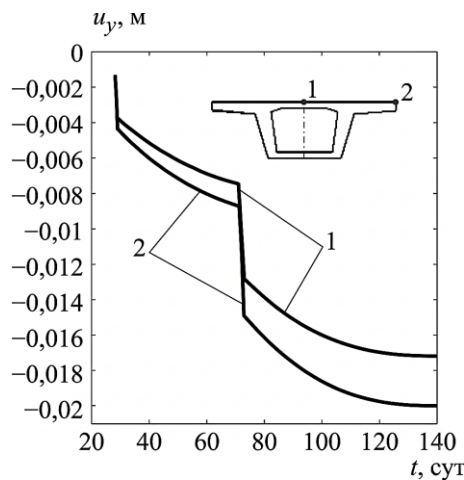


Рис. 11. Кривые ползучести в точках 1 и 2 (Polygon)

Значение максимального растягивающего напряжения при заданном законе нагружения в момент наблюдения $t = 140$ сут. составило 16,7 МПа, что существенно превышает предел прочности бетона.

Обсуждение и заключение. На основании полученных результатов конечно-элементного моделирования можно отметить, что принятая схема трапецидальной раскладки предварительно напрягаемой канатной арматуры практически не влияет на несущую способность мостовой секции, т. к. не обеспечивает необходимого выгиба. Также ввод в конечно-элементную модель армирующих стержней диаметром 35,6 мм в зоне проезжей части практически не влияет на изгибную жесткость рассматриваемой мостовой секции. Для повышения эксплуатационной надежности мостовых секций из предварительно напряженного бетона рекомендуется на этапе проектирования в дополнение к существующим вычислительным технологиям использовать современную вязкоупругую модель бетона, реализованную в авторизированном программном комплексе Polygon.

Список литературы / References

1. Тамразян А.Г., Есаян С.Г. *Механика ползучести бетона*. Москва: МГСУ; 2012. 524 с. Tamrazyan AG, Esayan SG *Mechanics of Concrete Creep*. Moscow: MG AU; 2012. 524 pp. (In Russ.)
2. Александровский С.В. *Расчет бетонных и железобетонных конструкций на изменения температуры и влажности с учетом ползучести*. М.: Стройиздат; 1973. 432 с. Alexandrovsky SV *Calculation of Concrete and Reinforced Concrete Structures for Changes in Temperature and Humidity Taking Creep into Account*. Moscow: Stroyizdat; 1973. 432 p. (In Russ.)
3. Bazant ZP, Yu Q, Li G.-H., Klein GJ, Kristek V Excessive Deflections of Record-Span Prestressed Box Girder. *ACI Concrete International*. 2010;32(6):44–52. URL: https://www.researchgate.net/publication/285841130_Excessive_deflections_of_record-span_prestressed_box_girder (accessed: 31.01.2026).
4. Shi J-X, Ran Z-H Calculation of Creep Effect of Extradosed Cable-stayed bridge based on Midas Civil. *IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering*. 2018;423:012113. <https://doi.org/10.1088/1757-899X/423/1/012113>
5. Гайдзуров П.П., Исхакова Э.Р., Савельева Н.А. Численное моделирование объемного напряженно-деформированного состояния предварительно напряженных железобетонных конструкций с учетом ползучести бетона. *Известия высших учебных заведений. Северо-Кавказский регион. Технические науки*. 2023;2:17–24. <http://dx.doi.org/10.17213/1560-3644-2023-2-17-24>
- Gaydrzhurov PP, Iskhakova ER, Savelyeva NA Numerical Simulation of Volumetric Stress-Strain State Prestressed Reinforced Concrete Structures Taking into Account the Creep of Concrete. *Scientific Journal Bulletin of Higher Educational Institutions North Caucasus Region. Technical Sciences*. 2023;2:17–24. (In Russ.) <http://dx.doi.org/10.17213/1560-3644-2023-2-17-24>
6. Савельева Н.А. *Решение пространственной задачи вязкоупругости методом конечных элементов в приложении к бетонным и железобетонным конструкциям*. Дис. канд. техн. наук. Ростов-на-Дону: ДГТУ; 2024. 177 с. Savelyeva NA *Solution of the Spatial Problem of Viscoelasticity by the Finite Element Method in Application to Concrete and Reinforced Concrete Structures*. D.Sc. (Eng.) Dissertation. Rostov-on-Don: DSTU; 2024. 177 p. (In Russ.)
7. Mensink JJ *Deformation Limits to be Used to Evaluate Deformation Measurements of Concrete Bridges*. Eindhoven: University of Technology; 2017. 138 p.
8. Long X, Lee CK Modelling of Two Dimensional Reinforced Concrete Beam-Column Joints Subjected to Monotonic Loading. *Advances in Structural Engineering*. 2015;18(9):1466–1467. <https://doi.org/10.1260/1369-4332.18.9.1461>

Об авторе:

Савельева Нина Александровна, кандидат технических наук, старший преподаватель кафедры строительной механики и теории сооружений Донского государственного технического университета (344003, Российская Федерация, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), [ORCID](https://orcid.org/), ninasav86@mail.ru

Конфликт интересов: автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.

Автор прочитал и одобрил окончательный вариант рукописи.

About the author:

Nina A. Savelyeva, Cand.Sci. (Eng.), Senior Lecturer at the Department of Structural Mechanics and Theory of Structures, Don State Technical University (1 Gagarin Square, Rostov-on-Don, 344003, Russian Federation), [ORCID](https://orcid.org/), ninasav86@mail.ru

Conflict of interest statement: the author does not have any conflict of interest.

The author has read and approved the final version of manuscript.

Поступила в редакцию / Received 31.01.2026

Поступила после рецензирования / Reviewed 14.02.2026

Принята к публикации / Accepted 28.02.2026